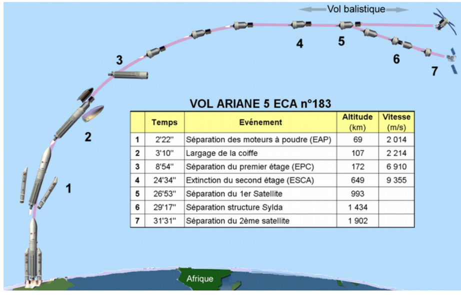
III Comment décrire le mouvement des satellites et des planètes ?

Dans cette partie, nous allons à nouveau appliquer la deuxième loi de Newton. Nous l'appliquerons à un satellite artificiel en orbite autour de la Terre. On va pouvoir en déduire son accélération et sa vitesse. De plus, nous verrons que les formules obtenues dans ce cas sont généralisables à tout corps en orbite autour d'un astre central (Lune autour de la Terre, Planète autour du Soleil, etc...)

1) Rappel : mise en orbite d'un satellite artificiel

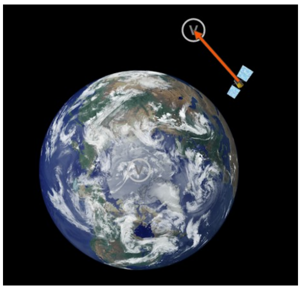
On rappelle qu'un **satellite artificiel** est un objet fabriqué par l'être humain, envoyé dans l'espace à l'aide d'un lanceur et gravitant autour de la Terre. Les satellites artificiels peuvent avoir différentes missions :
- de télécommunications (programmes TV, internet, téléphonie)
- de surveillance (météo, militaire, agricole)
- de localisation (GPS)
- de recherches scientifiques (ISS)



	Temps	Evénement	Altitude (km)	Vitesse (m/s)
1	2'22''	Séparation des moteurs à poudre (EAP)	69	2 014
2	3'10''	Largage de la coiffe	107	2 214
3	8'54''	Séparation du premier étage (EPC)	172	6 910
4	24'34''	Extinction du second étage (ESCA)	649	9 355
5	26'53''	Séparation du 1er Satellite	993	
6	29'17''	Séparation structure Sylda	1 434	
7	31'31''	Séparation du 2ème satellite	1 902	

Un satellite est d'abord transporté par une fusée hors de l'espace puis lancé à une vitesse suffisamment grande (sur l'image ci-contre v= 9,35 km/s) pour qu'il reste en orbite autour de la Terre. Voici, le détail d'un lancement :

Etudions donc le mouvement du satellite une fois séparé du lanceur. La situation de départ pour notre étude est donc celle-ci :



Le vecteur vitesse du satellite est représenté en rouge.

2) Etude du mouvement d'un satellite artificiel

a) Détermination de l'accélération du satellite

Système : le satellite

Référentiel : le référentiel géocentrique (rappel : il est constitué du centre de la Terre et de 3 axes dirigés vers 3 étoiles lointaines)

Bilan des forces : Quelles sont les forces qui s'exercent sur le satellite ? Il n'y en a qu'une (il n'y a pas de frottements hors de l'atmosphère) !

C'est la force d'attraction gravitationnelle qu'exerce la Terre sur le satellite. On la notera : $\vec{F_{T/S}}$

Quelles sont les caractéristiques de $\vec{F_{T/S}}$?

- point d'application : le centre de gravité du satellite
- direction : la droite joignant le centre du satellite et le centre de la Terrestre
- sens : du centre du satellite vers le centre de la Terre
- norme : $F_{T/S}=G.\frac{m_T.m_S}{r^2}$ avec :

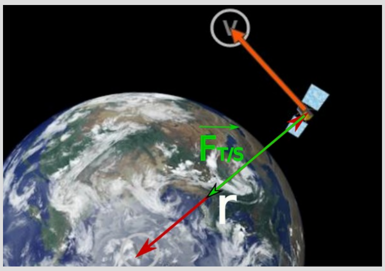


Illustration 1: FT/S en vert et r en rouge

G est la constante unviverselle de gravitation
$G = 6{,}67.10^{-11}$ U.S.I
m_T masse de la Terre en kg
m_S masse du satellite en kg
r distance entre les centres de la Terre et du satellite en mètre (m)

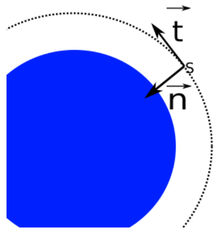
Attention, ça se complique. Vous devez connaître aussi l'expression vectorielle de $\overrightarrow{F_{T/S}}$. La voici :

Expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle entre un satellite et la Terre :

$$\overrightarrow{F_{T/S}}=G.\frac{m_T.m_S}{r^2}\vec{n}$$

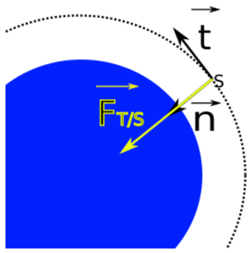
<u>C'est quoi</u> $\vec{n}$?

Pour ce type d'étude, il est pratique pour écrire nos vecteurs d'utiliser **un repère mobile**. Un repère mobile est un système d'axe avec une origine qui accompage l'objet. Ici notre repère mobile a pour origine le centre du satallite S et a 2 axes $\vec{n}$ et $\vec{t}$ orientées de cette façon :



$\vec{n}$ est un vecteur unitaire (valeur =1) dirigé vers le centre de la Terre
$\vec{t}$ est un vecteur unitaire (valeur =1) tangent à la trajectoire

Sur ce schéma, la force exercée par la Terre sur le satellite est représenté par un vecteur $\overrightarrow{F_{T/S}}$ tracé de cette façon :



On voit bien que $\overrightarrow{F_{T/S}}$ a le même sens que $\vec{n}$.
Bon voilà, on en connaît assez sur cette force d'attraction entre la Terre et le satellite. On peut appliquer la deuxième loi de Newton au satellite :

$\Sigma\vec{F}=m_S\vec{a}$ ici la somme des forces se réduit à une seule force : $\overrightarrow{F_{T/S}}$

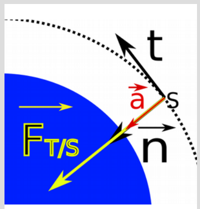
donc : $\overrightarrow{F_{T/S}}=m_S\vec{a}$ soit : $G.\frac{m_T.m_S}{r^2}\vec{n}=m_S\vec{a}$ soit $\vec{a}=G.\frac{m_T}{r^2}\vec{n}$

Voilà, on a un premier résultat. On a obtenu l'expression de l'accélération d'un satellite.

L'accélération d'un satellite en orbite autour de la Terre est :

$$\vec{a}=G.\frac{m_T}{r^2}\vec{n}$$

$\vec{a}$ est donc normale (ou centripète) et ne dépend que de la distance r.



tracé du vecteur accélération

b) <u>Détermination de la vitesse du satellite</u>

Nous savons (parce que nous lisons bien nos cours de physique) que le vecteur accélération par définition possède 2 composantes : une composante normale $\vec{a_n}$ et une composante tangentielle $\vec{a_t}$. Mathématiquement parlant, cela signifie que : $\vec{a}=\vec{a_n}+\vec{a_t}$ avec les formules vues en cinématique :

$a_n=\frac{v^2}{r}$ et $a_t=\frac{dv}{dt}$ Or, dans le cas de notre satellite, l'accélération est seulement normale : elle n'a pas de composante tangentielle donc, pour un satellite : $a_t=0$ soit $\frac{dv}{dt}=0$ soit v = constante. Ce qui nous amène à une première conséquence :

La vitesse d'un satellite en orbite est constante. Son mouvement est uniforme. Puisque l'accélération est centripète, le mouvement du satellite est circulaire et uniforme.

On vient de montrer que pour un satellite : $\vec{a}=G.\frac{m_T}{r^2}\vec{n}$ donc $G.\frac{m_T}{r^2}=\frac{v^2}{r}$ donc $v=\sqrt{G.\frac{m_T}{r}}$

La vitesse d'un satellite en orbite autour de la Terre est : $v=\sqrt{G.\frac{m_T}{r}}$

<u>Application</u> : Calculons la vitesse de la station spatiale internationale (ISS).
Données : altitude:408 km, rayon terrestre r_T = 6371 km, masse de la Terre m_T = $5{,}972.10^{24}$ kg
G = $6{,}67.10^{-11}$ U.S.I

La vitesse se calcule avec : $v=\sqrt{G.\frac{m_T}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}.5{,}972.10^{24}}{(6\,371\,000+408\,000)}}=7\,665$ $m.s^{-1}$ = 7,66 $km.s^{-1}$

Attention : la distance r est la distance entre les centres donc r = rayon + altitude

c) <u>période de révolution T d'un satellite</u>

La période T d'un satellite est durée pour faire un tour de son orbite. Elle se mesure en seconde (s)

La trajectoire d'un satellite est cercle de rayon r. Le périmètre d'un cercle est donné par :
$périmètre=2\pi r$. Le satellite parcourt un tour (1 périmètre) en une période T. Par conséquent, la vitesse du satellite peut aussi se calculer (puisqu'elle est uniforme) avec la formule :

$$v=\frac{périmètre}{période}=\frac{2\pi r}{T}$$

La période T du satellite est donc égale à : $T=\frac{2\pi r}{v}$ or, $v=\sqrt{G.\frac{m_T}{r}}$ donc $T=2\pi\frac{r}{\sqrt{G.\frac{m_T}{r}}}$

En simplifiant, on trouve que la période T d'un satellite en orbite, à la distance r du centre de la Terre est :

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}}$$

<u>Application</u> : Calculons la période de la station spatiale internationale.
Données : altitude : 408 km, G = G = $6{,}67.10^{-11}$ U.S.I , rayon terrestre r_T = 6371 km
masse de la Terre m_T = $5{,}972.10^{24}$ kg

On applique la formule précédente : $T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}}=2\pi\times\sqrt{\frac{(6\,371\,000+408\,000)^3}{6{,}67.10^{-11}\times5{,}98.10^{24}}}$ = 5553 s = 1h32'32"

Cela veut dire que l'ISS met environ 1h32' pour faire le tour de la Terre !

<u>Remarque</u> : Plus un satellite a de l'altitude, plus il met de temps pour faire un tour. A 400 km d'altitude, l'ISS met environ 1h30. A l'altitude de 35 786 km , un satellite met 23h56'04" pour faire un tour (= jour sidéral) : ce type de satellites sont dits " **géostationnaires** " car ils restent toujours à la verticale d'un même point de la Terre. C'est pratique pour rester au-dessus d'une zone donnée. A 384 000 km d'altitude, la Lune (satellite naturel) met 27,3 jours à la vitesse de 1 $km.s^{-1}$