3) **Lois de Kepler**

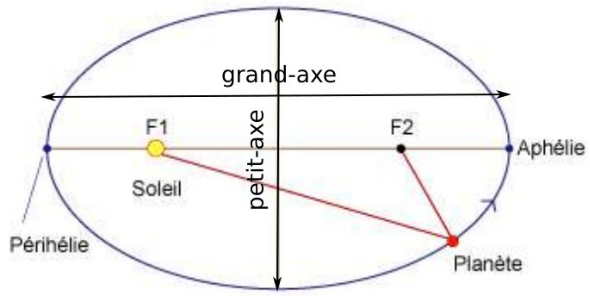
On s'intéresse maintenant au mouvement des planètes autour du Soleil. Ces lois sont généralisables à d'autres situations : mouvement d'exoplanètes par rapport à leur étoile, mouvement de satellites naturels par rapports à leurs planètes.

a) Première loi de Képler

Képler est le premier à affirmer que la trajectoire des planètes n'est pas un cercle mais une ellipse :

Première loi de Képler :
Les trajectoires des planètes sont des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers.

Voici quelques informations géométriques à propos de la trajectoire elliptique (non exigible) :



Remarque : l'excentricité e = $\frac{F_1F_2}{grand-axe}$

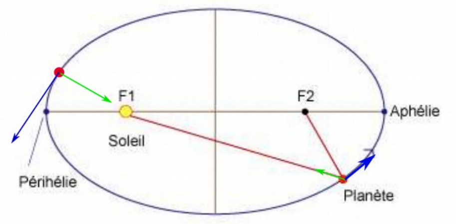
L'excentricité =0 pour un cercle.
Dans le système solaire, c'est Mercure qui a la plus grande excentricité de toutes les planètes (e =0,2). Les autres ont des valeurs très petites : leurs trajectoires sont pratiquement des cercles.On peut leur appliquer en première approximation les formules du mouvement circulaire et uniforme. Par contre, les comètes peuvent avoir des excentricités proches de 1 (valeur max : trajectoires très allongées).

b) Deuxième loi de Képler

Sur sa trajectoire elliptique, la vitesse d'une planète n'est pas uniforme : elle est maximale au passage au périhélie et minimale au passage à l'aphélie.

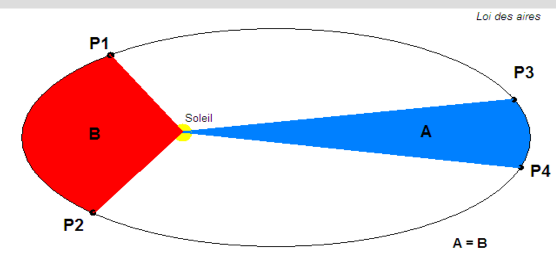
Voir la vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=WofiC7z-g6k à partir de 2'50''

On comprend pourquoi : lorsque la planète est proche du soleil, l'attraction gravitationnelle est plus grande. La planète est plus fortement attirée. Elle accélère. Par contre, lorsqu'elle s'éloigne du soleil, elle est moins fortement attirée : elle ralentit. Le tracé des vecteurs vitesses et accélérations confirme bien ce fait :



Les vecteurs $\vec{a}$ en vert et $\vec{v}$ en bleu.

Une conséquence de cette vitesse non uniforme est la propriété des aires balayées par le rayon soleil-planète :



Deuxième loi de Képler

Si S est le Soleil et P la position d'une planète, le segment SP balaie des aires égales pendant des durées égales.

c) Troisième loi de Képler

Képler cherchait à trouver une formule reliant la période T des planètes (T = durée pour faire un tour) à la valeur de leur demi-grand axe a (a = rayon pour un cercle). Les valeurs pour les planètes du système solaire sont :

Ici, T est exprimée en année et a en unité astronomique (u.a). 1 ua est égale à la distance Terre-Soleil : environ 150 millions de km. Calculons, à l'aide d'un tableur, pour chacune des planètes le rapport : $\frac{T^2}{a^3}$ On trouve :

planète	T (an)	a(ua)
MERCURE	0.2408	0.3871
VENUS	0.6152	0.7233
TERRE	1	1
MARS	1.8808	1.5237

planètes	T(an)	a(ua)	T^2/a^3
MERCURE	0.2408	0.3871	0.9996396
VENUS	0.6152	0.7233	1.00017791
TERRE	1	1	1
MARS	1.8808	1.5237	0.99996967

Aux arrondis près, on trouve la même valeur pour chacune des planètes. On en déduit la troisième loi de Képler :

Troisième loi de Képler

Le carré de la période *T* d'une planète est directement proportionnel au cube du demi-grand axe *a* de la trajectoire elliptique de la planète. Autrement dit :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

Cette troisième loi de Képler se déduit facilement de la deuxième loi de Newton appliquée à une planète. Nous l'avions fait lors du cours précédent pour un satellite par rapport à la Terre. On avait obtenu pour la période : $T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G.m_T}}$

Dans le cas d'une planète, il suffit de remplacer m_T par m_S et r par a soit : $T=2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G.m_S}}$

Si on prend le carré, on obtient : $T^2=4\pi^2\frac{a^3}{G.m_S}$

On divise par a³ , on se retrouve avec : $\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G.m_S}$ Or $\frac{4\pi^2}{G.m_S}$ est une constante. On retrouve bien la troisième loi de Képler.

Application de la troisième loi de Képler :

Io et Europa sont des satellites naturels de Jupiter. Leurs caractéristiques sont :

Lune	Demi-grand axe3 (km)	Période orbitale3 (jour)	Excentricité3	Inclinaison3 (°)
Io	421 800	1,77	0,004	0,02 à 0,04
Europa	671 100	…….	0,009	0,42 à 0,51

Calculer la période T d'Europa.

D'après la troisième loi de Kepler : $\frac{T_{io}^2}{a_{io}^3}=\frac{T_{europa}^2}{a_{europa}^3}=\frac{4\pi^2}{G.m_{Jupier}}$ On a pas la masse de Jupiter mais on peut calculer T_{europa} : $\frac{T_{europa}^2}{a_{europa}^3}=\frac{T_{io}^2}{a_{io}^3}$ donc $T_{europa}=\sqrt{a_{europa}^3\frac{T_{io}^2}{a_{io}^3}}=\sqrt{671100^3\times\frac{1{,}77^2}{421800^3}}$ = 3,55 jour