II Mouvement d'une particule dans un champ électrique uniforme

Pour bien comprendre ce cours, il vaut mieux avoir fait le tp correspondant.

1) Observation du phénomène

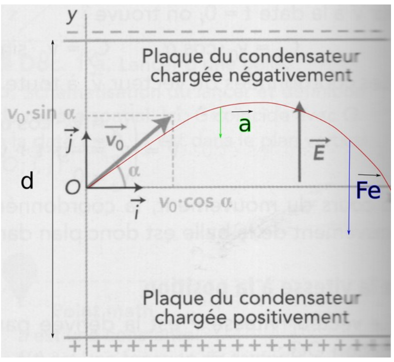


Schéma : v0 vers le haut

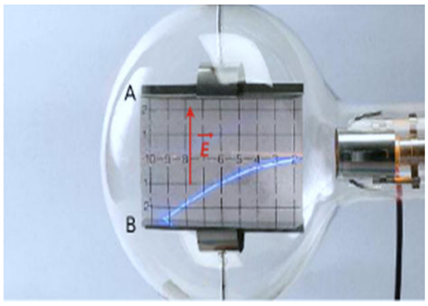


Photo : ici, le vecteur vitesse v0 est orienté vers le bas

Une plaque métallique est reliée au pôle + d'un générateur. L'autre est reliée au pôle -. Il y a donc une tension U_{PN} entre les deux plaques métalliques : cela crée un champ électrique uniforme $\vec{E}$ entre les plaques.

Par convention, le champ électrique $\vec{E}$ est toujours orienté vers la plaque chargée négativement.

Le champ électrique se calcule avec la formule : $E=\frac{U_{PN}}{d}$

E en volt par mètre ($V.m^{-1}$), U_{PN} en volt(V) et d la distance entre les plaques en mètre(m)

Un faisceau d'électrons e^- (un électron est une particule chargée négativement) arrive entre les plaques au point O avec la vitesse $\vec{v_0}$ et l'angle α (voir schéma). Quel sera le mouvement de cette particule ?

2) Etude théorique du mouvement d'une particule chargée dans $\vec{E}$ uniforme.

a) Analyse (situation correspond au schéma pas à la photo)

Système : un électron de masse m et de charge q.

Référentiel : Terrestre.

Bilan des forces appliquées à l'électron :

- le poids $\vec{P}$ (très petit pour un électron de masse $m=9,1.10^{-31}$ kg)
- frottements de l'air négligeables (dans l'ampoule règne une très faible pression)
- la force électrique $\vec{F_e}$ qui existe à cause de la présence du champ $\vec{E}$ lui-même créé par la tension U_{PN} entre les plaques.

Si on fait le calcul, on se rend compte que les 2 premières forces (poids et frottements) sont négligeables devant la force électrique $\vec{F_e}$.

Par définition, la force électrique est telle que : $\vec{F_e} = q\vec{E}$

F_e la force électrique en Newton(N) , q la charge électrique en coulomb (C) , E le champ électriquee en $volt.m^{-1}$

b) Détermination du vecteur accélération de la particule (électron)

2ème loi de Newton : $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$ donc ici $\vec{F_e}=m\vec{a}$ soit $q\vec{E}=m\vec{a}$

Pour une particule chargée dans un champ uniforme : $\vec{a}=\frac{q}{m}\vec{E}$

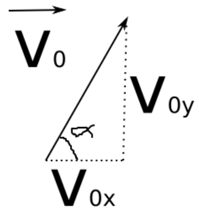
Pour un électron : $\vec{a}$ opposé à $\vec{E}$ car la charge q d'un électron est négative (voir schéma ci-dessous)

Les coordonnées du vecteur accélération sont : $\vec{a}$ $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m}E \end{cases}$ (a_y négative car q négative)

c) Détermination du vecteur vitesse de la particule (électron)

Nous suivons la même procédure que pour le mouvement d'un projectile. On sait que v_x et v_y sont les primitives par rapport au temps de a_x et a_y

Pour v_x : a_x est une constante égale à 0, donc : v_x = constante1.
Pour trouver constante1, il faut déterminer v_{ox} .



Dans le triangle, on a : $\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$ donc $v_{0x} = v_0 \times \cos\alpha$ = constante1

donc v_x = $v_0 \times \cos\alpha$

Pour v_y : a_y = $\frac{q}{m}E$ Or $\frac{q}{m}E$ peut se calculer avec les données. Cette expression est donc une constante qui ne dépend pas du temps. La primitive de cette expression par rapport au temps est donc :

$$v_y = (\frac{q}{m}E)t + constante2$$

Pour déterminer constante2, il faut trouver v_{oy} . Dans le triangle, on a : $\sin\alpha = \frac{v_{0y}}{v_0}$

donc $v_{0y} = v_0 \times \sin\alpha$ = constante2 donc v_y = $(\frac{q}{m}E)t + v_0 \times \sin\alpha$

Pour une particule chargée dans un champ uniforme :

Les coordonnées du vecteur vitesse sont : $\vec{v}$ $\begin{cases} v_x = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = (\frac{q}{m}E)t + v_0 \times \sin\alpha \end{cases}$

d) Détermination du vecteur position de la particule (électron)

On suit la même démarche pour trouver x et y qui sont les primitives de v_x et v_y.

Pour x :

On a : v_x = $v_0 \times \cos\alpha$, la primitive de cette expression est : x = $(v_0 \times \cos\alpha)t + constante3$
Pour trouver constante3, on cherche x_o. Or à t=0, l'électron se trouve à l'origine donc x_o = 0 et : x = $(v_0 \times \cos\alpha)t$

Pour y :

On a v_y = $(\frac{q}{m}E)t + v_0 \times \sin\alpha$, la primitive de cette expression est :

y = $\frac{1}{2}(\frac{q}{m}E)t^2 + (v_0 \times \sin\alpha)t + constante4$ Pour constante4, il faut chercher y_o. Or à t =0, l'électron se trouve à l'origine donc y_o = 0 et donc : y = $\frac{1}{2}(\frac{q}{m}E)t^2 + (v_0 \times \sin\alpha)t$

Pour une particule chargée dans un champ uniforme :

Les coordonnées du vecteur position sont : $\begin{cases} x = (v_0 \times \cos\alpha)t \\ y = \frac{1}{2}(\frac{q}{m}E)t^2 + (v_0 \times \sin\alpha)t \end{cases}$

e) Equation de la trajectoire y = f(x) du mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme

Nous venons d'obtenir les 2 équations horaires x =f(t) et y =g(t) pour ce mouvement. Nous voulons obtenir l'équation de la trajectoire y = f(x). Il faut donc manipuler les équations horaires de façon à " éliminer " t .

Avec la première équation horaire, on peut isoler t : t = $\left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)$. Puis, on injecte cette expression dans la deuxième équation horaire :

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}E\right)\left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)^2 + (v_0 \times \sin\alpha) \times \left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)$$

ce qui se simplifie en :

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{q}{m}E\right)\left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)^2 + \tan\alpha \times x$$

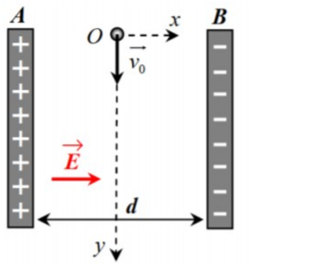
On retrouve le même type d'équation que pour le mouvement d'un projectile dans un champ de pesanteur $\vec{g}$: c'est une équation en $a.x^2 + b.x + c$. Il s'agit d'une portion de parabole.

f) <u>un exemple d'exercice corrigé</u> :

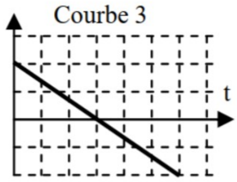
<u>Exercice 6</u>

Champ électrique

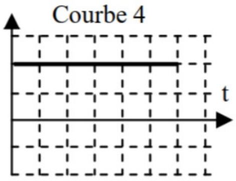
Un électron pénètre à $t = 0$ en O, milieu de AB, dans un condensateur formé de deux armatures planes séparées de $d = 2{,}0\ cm$ avec une vitesse initiale verticale $v_0 = 50\ km/s$. Le référentiel du condensateur est galiléen. On négligera le poids des particules dans tout l'exercice.



Courbe 3



Courbe 4



Données :	• masse électron : • charge élémentaire :	$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg$ $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

• champ électrique : $E = 0{,}1\ V/m$

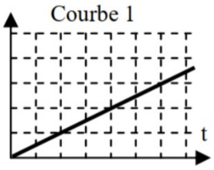
• relation entre tension et champ électrique : $E = \frac{U}{d}$

1.1. Déterminer la différence de potentiels (ou tension) entre les armatures A et B.
1.2. Exprimer le vecteur force électrique s'exerçant sur l'électron en fonction du vecteur champ électrique et de la charge élémentaire.
2. Définir le mouvement qu'aurait eu un neutron lancé en O à la même vitesse dans ce condensateur. Justifier rigoureusement.
3. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération de l'électron dans le condensateur.
4. Montrer que les équations horaires du mouvement de l'électron dans le condensateur sont :

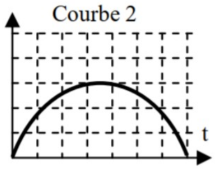
$$x(t) = \frac{-eE}{2m} \cdot t^2 \quad \text{et} \quad y(t) = v_0 \cdot t$$

5.1. Sachant que les 2 plaques mesurent $D = 5{,}0\ cm$ de long, montrer que l'électron arrive à sortir du condensateur.
5.2. Déterminer la valeur de sa vitesse à la sortie du condensateur.
6.1. Sans aucune justification, indiquer parmi les courbes ci-dessous celle qui représente au mieux l'allure de la vitesse de l'électron sur l'axe verticale.
6.2. Même question pour la valeur de l'accélération totale à laquelle est soumis l'électron.

Courbe 1



Courbe 2



1.1 U = E x d = 0,1 x 0,02 = 0,002 $V.m^{-1}$

1.2 Par définition : $\vec{F_e}$ = q $\vec{E}$ = **-e** $\vec{E}$

2. Le neutron aurait continué tout droit car puisqu'il ne porte pas de charge($q_{neutron}$ = 0), la force électrique est nulle : donc il n'est pas dévié.

3. 2ème loi de Newton : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ or ici la seule force est la force électrique (poids et frottements négligeables) donc : $\vec{F_e} = m\vec{a}$ donc $-e\vec{E} = m\vec{a}$ soit : $\vec{a} = \frac{-e}{m}\vec{E}$ donc $\vec{a}$ est opposé à $\vec{E}$ donc $\vec{a}$ est horizontal et opposé au sens de Ox. Ses cooordonnées sont donc :

$a_x = \frac{-e}{m}E$ et a_y = 0

4. Par recherche des primitives de a_x et a_y, on trouve : $v_x = -\frac{e}{m}E \times t$ et $v_y = v_0$

De même : $x = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}E \times t^2$ et $y = v_0 t$

5.1 Il faut calculer la position de l'électron au bout des plaques. On a : $y = v_0 t$ soit $t = \frac{y}{v_0} = \frac{0{,}05}{50000} = 0{,}000\,001\ s$ Il s'écoule 1 micros pour atteindre le bout des plaques. Calculons le x correspondant. On a : $x = -\frac{1}{2}\frac{e}{m}E \times t^2 = -0{,}5 \times \frac{1{,}6.10^{-19}}{9{,}1.10^{-31}} \times 0{,}1 \times (0{,}000\,001)^2 = 8{,}79{,}10^{-3}$ m = 8,79 mm.

Or la distance entre les deux plaques est de 2 cm (1cm de chaque côté de l'origine), on a bien 8,79 mm < 1 cm donc l'électron peut sortir du condensateur sans toucher les plaques.

5.2 A la sortie du condensateur : $v_x = -\frac{e}{m}E \times t = -\left(\frac{1{,}6.10^{-19}}{9{,}1.10^{-31}}\right) \times 0{,}1 \times 0{,}000\,001 = -17\,582$ $m.s^{-1}$

et $v_y = v_0$ = 50 000 $m.s^{-1}$ donc v = $\sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-17582^2 + 50000^2)} = 53\,001$ $m.s^{-1}$

6.1 C'est la courbe 4 6.2 : c'est la courbe 4 aussi !