Chapitre 9 : Cours cinématique

Dans ce premier chapitre de mécanique, on va seulement décrire des mouvements sans essayer de les expliquer. Qu'est-ce que ça veut dire « décrire » un mouvement dans ce contexte ? Imaginons le décollage d'une fusée. Les ingénieurs doivent connaître exactement et à tout instant la **position** de la fusée, sa **vitesse** et son **accélération**. Avec ces 3 informations, on a décrit complètement le mouvement de la fusée (on met de côté d'éventuelles rotations sur elle-même). Ses 3 informations sont définies ainsi :

I Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$

Voici l'enregistrement du mouvement d'un système au cours du temps tous les 40 ms (t_0 = 0s, t_1 = 0,040s, t_2 = 0,080s, t_3 = 0,120s). Alors oui, y'a du jargon dans ce chapitre ! « système », c'est tout simplement un point d'un objet dont on étudie le mouvement. Les points M en dessous sont les positions prises par ce point dans l'espace toutes les 40 ms. (ms pour millisecondes : 1ms = 0,001s).

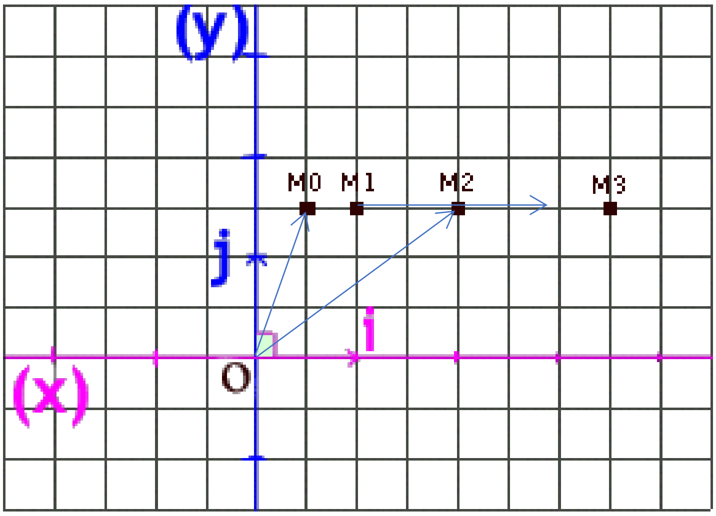


figure 1

Dans un référentiel donné, à tout instant t, un point M est repéré par son vecteur position :

$\overrightarrow{OM} = x.\vec{\imath} + y.\vec{\jmath}$ $\vec{\imath}\, et\, \vec{\jmath}$ sont des vecteurs unitaires : leurs normes sont égales à 1.

Par exemple, à l'instant t_0 :

$\overrightarrow{OM_0} = 0{,}5\vec{\imath} + 1{,}5\vec{\jmath}$

Ne partez pas en courant ! c'est très simple : regardez ceci :
https://www.youtube.com/watch?v=Cqi8OVYn8rM

1. En s'aidant de l'exemple précédent, écrire les expressions en fonction de $\vec{\imath}\, et\, \vec{\jmath}$ de $\overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{OM_2}$,$\overrightarrow{OM_3}$.
Essayez d'abord sans regarder ce qu'il y a ici :

$\overrightarrow{OM_1}$= 1, 0 $\vec{\imath} + 1{,}5\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{OM_2}$= 2.0 $\vec{\imath} + 1{,}5\vec{\jmath}$

$\overrightarrow{OM_3}$= 3,5 $\vec{\imath} + 1{,}5\vec{\jmath}$

2. Tracer le vecteur position $\overrightarrow{OM_2}$ sur la figure 1 : c'est déjà fait mais vérifiez quand même.

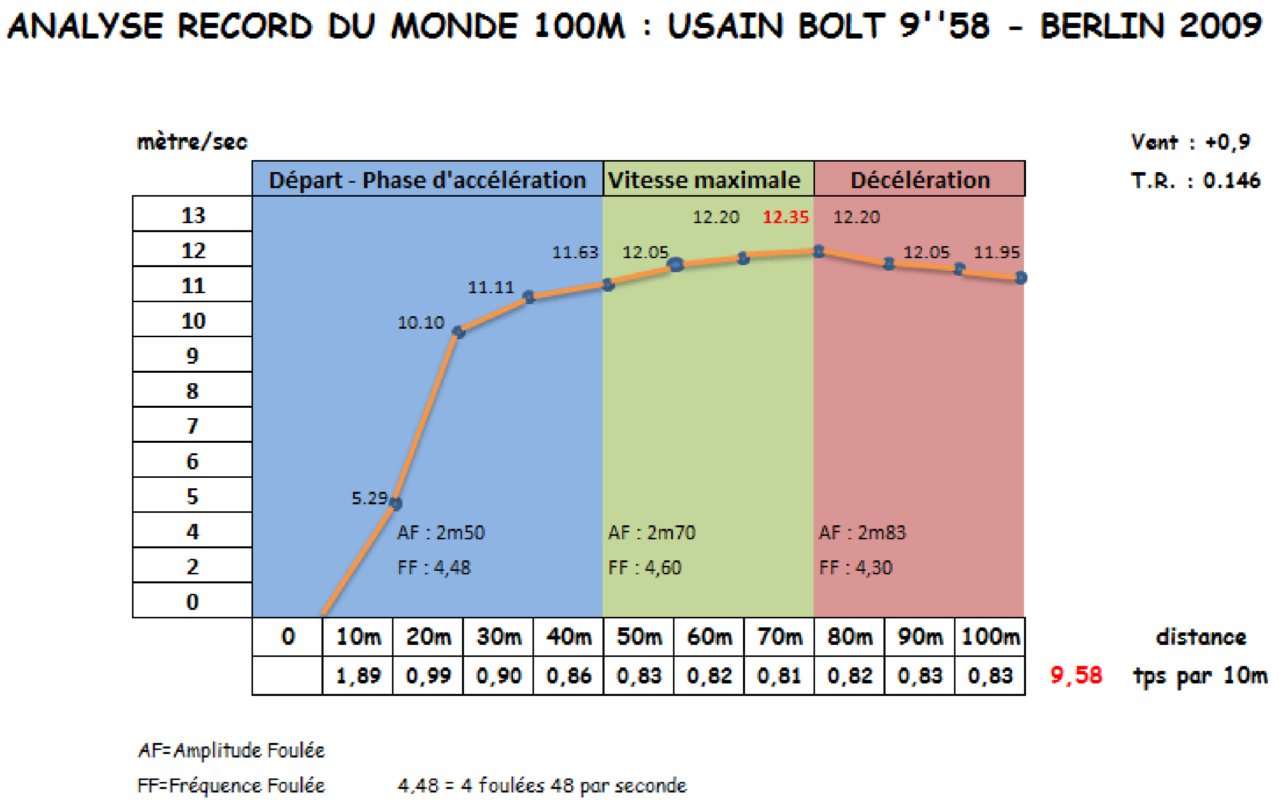
Remarque 1 : il est tout à fait possible d'avoir des coordonnées négatives pour $\overrightarrow{OM}$.

Voilà, c'est ça le vecteur position ! Si vous connaissez ces coordonnées, vous savez où se trouve le système à un instant donné. Par contre, vous avez remarqué que pour que tout cela ait un sens, il faut d'abord définir un repère d'espace : c'est cette grille qui permet de repérer les positions prises par le système. **Un repère d'espace** est défini par une origine O et 2 axes $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ unitaires et perpendiculaires.

Remarque 2 : En mathématique, on écrirait le vecteur $\overrightarrow{OM_3}$ ainsi $\overrightarrow{OM_3}(3{,}5\ ,\ \ 1{,}5)$

III Le vecteur vitesse $\vec{v}$

On sait tous que la vitesse, c'est en km par heure donc $v = \frac{distance}{durée}$. C'est bien mais cela ne convient pas toujours pour décrire précisément la vitesse d'un mouvement. Par exemple, un excellent sprinter fait 100 m en 10,0 s soit du $\frac{100}{10}$ = 10 m.s^{-1} soit du 36 km/h. Mais, a-t-il, durant son sprint, fait du 36 km/h constamment ? Evidemment que non ! Sa vitesse a augmenté de 0 à environ 44,5 km/h. Pour info, regardez l'évolution de la vitesse en m/s lors du record du monde d'Usain Bolt :



Conclusion : la formule $v = \frac{distance}{durée}$ est exacte si la vitesse est constante ou uniforme sinon, ce n'est qu'une moyenne sur la durée considérée.

1. Le vecteur vitesse moyenne $\overrightarrow{v_{moy}}$

Regardez le mouvement sur la figure 2. On a la trajectoire du mouvement (le trait continu qui représente toutes les positions prises par le système) et les points où est passé le système toutes les 40 ms. Comment estimer la valeur de la vitesse du système lorsqu'il est passé en M_5 par exemple ? Les physiciens ont décidé, pour calculer la vitesse moyenne en ce point, de considérer la distance entre le point précédent et le point suivant soit M_4M_6 et donc la durée écoulée entre les instants t_4 et t_6. Le vecteur moyen au point M_5 a donc pour expression : $\overrightarrow{v_{moy_{t5}}} = \frac{\overrightarrow{M_4M_6}}{(t_6 - t_4)}$

En général, à l'instant t_i, on a donc : $\overrightarrow{v_{moy_{ti}}} = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{(t_{i+1} - t_{i-1})}$

(Ajoutez des points sur les i !)

Par exemple, le vecteur vitesse instantanée moyenne à l'instant t_1 est :

$$\overrightarrow{v_{moy_{t1}}} = \frac{\overrightarrow{M_0M_2}}{(t_2-t_0)}$$

Exercice : Écrire l'expression du vecteur vitesse moyenne $\overrightarrow{v_{moy_{t3}}}$

$$\overrightarrow{v_{moy_{t3}}}=\frac{\overrightarrow{M_2M_4}}{(t_4-t2)}$$

2. Valeur de la vitesse instantanée moyenne v_{moy}

Comment calculer la valeur de la vitesse instantanée moyenne ?
La valeur de la vitesse instantanée moyenne se calcule facilement avec :

$v_{moy_i} = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{(t_{i+1}-t_{i-1})}$ soit pour t_1 par exemple : $v_{moy_{t1}} = \frac{M_0M_2}{(t_2-t_0)}$.

Il suffit alors de mesurer le segment M_0M_2 et de diviser par (t_2-t_0).

4. Sachant que les vecteurs unitaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$ de la figure 1 de la page 1 ont une longueur de 1 cm dans la réalité, donner la valeur en cm de M_0M_2.

M_0M_2 = 1,5 cm

5. En déduire la vitesse moyenne $v_{moy_{t1}}$ en $m.s^{-1}$

$v_{moy_{t1}} = \frac{0,015}{0,080} = 0,1875\ m.s^{-1}$ (il y a 2 fois 40 ms !)

6. Tracer le vecteur $\overrightarrow{v_{moy_{t1}}}$ (Échelle : 1cm correspond à 0,1 $m.s^{-1}$) sur la figure 1.

Comme 0,1 $m.s^{-1}$ correspond à 1 cm alors 0,1875 $m.s^{-1}$ correspond à 1,875 cm. Pour la méthode du tracé, regardez ceci : https://youtu.be/GKWnifEbDJ4

Remarque : (figure 2) **Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire**

On remarque que : $\overrightarrow{M_0M_2} = \overrightarrow{M_0O} + \overrightarrow{OM_2}$

Comment s'appelle cette relation vectorielle en mathématiques ? La relation de Chasles.

On peut l'écrire aussi : $\overrightarrow{M_0M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_0} = \Delta\overrightarrow{OM}$

On se souvient que Δ en physique signifie « variation de ».

La vitesse moyenne peut donc s'écrire aussi : $\overrightarrow{v_{moy_i}} = \frac{\Delta\overrightarrow{OM_i}}{\Delta t}$

Cette notation est importante car elle nous aidera à mieux comprendre la vitesse instantanée.

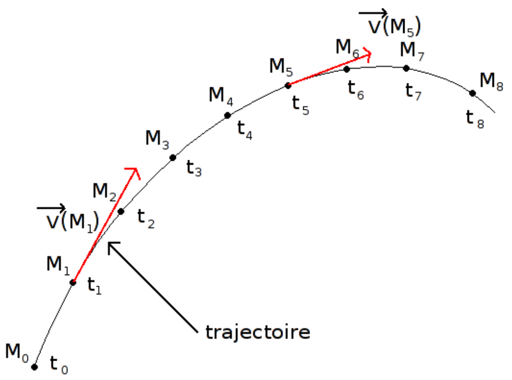


Figure 2

Dernière remarque : le tracé d'un vecteur vitesse permet de se représenter visuellement l'évolution de la vitesse du système grâce à la longueur du vecteur mais aussi de se représenter la direction de déplacement du mobile à divers instants.