IV Le vecteur accélération $\vec{a}$

La première chose à comprendre est ce que représente l'accélération. On en a tous une première intuition quand on dit « Les échappés (en cyclisme) ont accéléré l'allure ». Cela veut dire qu'ils ont augmenté leur vitesse. L'accélération est donc une variation de vitesse … par unité de temps. Le « par unité de temps » est important parce que dire : « Mon Berlingo Citroën a accéléré de 50 km/h en passant de 70 à 120 km/h » pourrait être impressionnant…sauf si cette accélération s'est effectuée en 30 secondes : c'est poussif par rapport à une Formule 1 qui passe de 0 à 100 km/ h en 2,5 secondes. Attention, vous savez que la vitesse s'exprime en m/s mais les exemples précédents étaient plus parlant en km/h. 50 km/h = 13,9 m/s. Le Berlingo Citroën aurait donc une accélération de 13.9/30 = 0,46 m/s/s = 0,46 m.s^{-2} . 100 km/h = 27,8 m/s. La F1 aurait une accélération de 27,8 / 2,5 = 11,1 m/s/s = 11,1 m.s^{-2}. Y'a pas photo mais bon, on ne peut pas mettre grand' chose dans le coffre(!) d'une Formule 1. Passons aux aspects plus mathématiques :

1. Le vecteur accélération moyenne

Les formules suivantes ressemblent beaucoup à celles pour la vitesse. C'est normal puisque l'accélération est une variation de la vitesse par unité de temps et la vitesse est une variation de la position par unité de temps. Nous reprendrons donc le même type de formule sans tout réexpliquer.

L'accélération moyenne est égale à : $\vec{a_i} = \frac{(\overrightarrow{v_{i+1}} - \overrightarrow{v_{i-1}})}{(t_{i+1} - t_{i-1})}$ (ce sont des i)

Sa valeur s'exprime en : m.s^{-2}

Exemple : $\vec{a_3} = \frac{(\vec{v_4} - \vec{v_2})}{(t_4 - t_2)}$

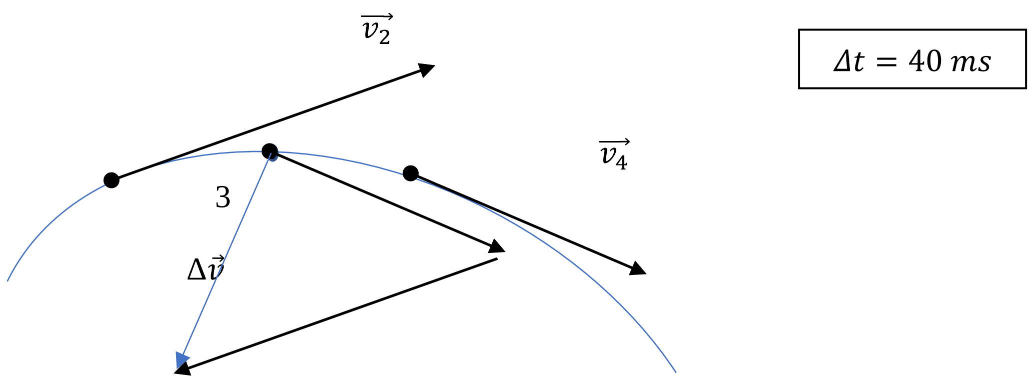
Trouver l'expression de $\vec{a_6}$: $\vec{a_6} = \frac{(\vec{v_7} - \vec{v_5})}{(t_7 - t_5)}$

Comment calculer la valeur ou la norme d'un vecteur accélération ?

Pour un mouvement rectiligne, c'est simple : on peut enlever les vecteurs et calculer directement l'accélération à partir des valeurs des vitesses et des instants.

Par exemple, pour a_3, on fera simplement $a_3 = \frac{(v_4 - v_2)}{(t_4 - t_2)}$

Pour un mouvement curviligne, il faut faire une construction vectorielle. Il faut d'abord construire le vecteur $\Delta\vec{v}$ qui est égal à $\vec{v_4} - \vec{v_2}$ .Voir la vidéo : https://youtu.be/6eW72yWBoWY



Lorsque $\Delta\vec{v}$ est tracé, il faut utiliser l'échelle du document pour trouver sa valeur ou norme. Par exemple, si pour le tracé précédent l'échelle est : 1cm doc correspond à 0,5 m.s^{-1}. Ici, je trouve une longueur de 4cm pour $\Delta\vec{v}$. Alors la valeur de $\Delta\vec{v}$ est :

4cm sur le doc donne donc : Δv = 2 m.s^{-1}

Ensuite, il faut calculer a_3 avec la formule $a_3 = \frac{\Delta v}{t_4 - t_2} = \frac{\Delta v}{2\Delta t}$ soit ici : $a_3 = \frac{2}{0.080} = 25$ m.s^{-2}

2. le vecteur accélération instantanée

Comme pour le vecteur vitesse moyenne, on obtient le vecteur accélération instantanée en faisant tendre Δt vers 0. On obtient la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :

Soit : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta \vec{v_i}}{\Delta t}\right) = \frac{d\vec{v}}{dt}$

On retiendra :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

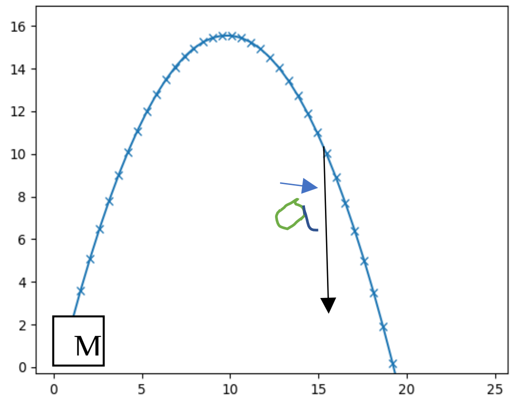
On se souvient que le nombre dérivé par rapport au temps n'est rien d'autre que le taux de variation par seconde. Comme pour la vitesse, la relation précédente implique que :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{et} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}$$

<u>Comment toute cette théorie s'applique</u> ? Lançons un javelot !

<u>Exercice d'application</u> : Soit le mouvement parabolique d'un lancer de javelot (frottements négligés). Les équations donnant les coordonnées au cours du temps du centre de gravité du javelot sont :

$x = 5{,}2\, t + 1{,}0$ et $y = -4{,}9\, t^2 + 16{,}3t + 2{,}3$



a) Où se trouvait le javelot à l'instant t=0 ?

On remplace t par 0 dans les équations précédentes.
On trouve : x = 1,0 et y = 2,3
Le javelot se trouvait en M(1,0 ; 2,3)

b) Sachant que $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_y = \frac{dy}{dt}$, déterminer les expressions de v_x , v_y en fonction du temps.

Il faut déterminer les dérivées de x et de y par rapport au temps : $v_x = \frac{dx}{dt} = 5{,}2$ et
$v_y = \frac{dy}{dt} = -9{,}8t + 16{,}3$ (On maîtrise bien les formules de dérivation ; n'est-ce pas ?)

c) Déterminer les valeurs des accélérations a_x et a_y ainsi que a. ($a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$)
On redérive v_x et v_y que l'on vient d'obtenir.

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$ et $a_y = \frac{dv_y}{dt} = -9{,}8$ et $a = \sqrt{0^2 + (-9{,}8)^2} = 9{,}8$

d) A quoi correspond cette valeur de a ? Tracer le vecteur $\vec{a}$ en un point quelconque de la parabole.

Cette valeur de a (le fameux 9,8) correspond à l'intensité de la pesanteur g sur Terre. Pour le tracé de $\vec{a}$: d'après ces coordonnées, $\vec{a}$ est vertical, orienté vers le bas. Il faut choisir une échelle pour l'accélération : disons 1 cm sur le doc correspond à 5 m.s^{-2}. Notre vecteur aura une longueur de 9,8/5 = 1,96 cm