5) Exercices sur la conservation de la quantité de mouvement et la propulsion par réaction :

Voici un exemple d'exercice sur la conservation de la quantité de mouvement :

Exercice I

Le rugby est un sport d'équipe qui s'est développé dans les pays anglo-saxons à la fin du XIXème siècle. Pour simplifier l'étude, les joueurs et le ballon seront supposés ponctuels.
A. Le rugby, sport de contact

Document 1: le plaquage
Il y a « plaquage » lorsqu'un joueur porteur du ballon, sur ses pieds dans le champ de jeu, est simultanément tenu par un ou plusieurs adversaires,qu'il est mis au sol et/ou que le ballon touche le sol. Ce joueur est appelé « joueur plaqué».
D'après http://www.francerugby.fr/

Un joueur 1 de masse m_1= 115 kg et animé d'une vitesse v_1= 5,0 m.s^{-1} est plaqué par un joueur 2 de masse m_2= 105 kg et de vitesse négligeable.
1. Dans quel référentiel les vitesses sont-elles définies ?
2. On suppose que l'ensemble des deux joueurs est un système isolé. Exprimer, **en justifiant le raisonnement**, la vitesse des deux joueurs **liés** après l'impact puis calculer sa valeur.

1. Les vitesses sont définis par rapport au terrain qui est un référentiel terrestre
2. Si le système des des 2 joueurs est un système isolé alors la quantité de mouvement de ce système est conservé : la somme des quantités de mouvements $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$ des 2 joueurs avant la collision est égale à la somme des quantités de mouvement des 2 joueurs après la collision : $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2$ donc sur un axe orienté dans le sens du mouvement (vers la droite par exemple):

$$m_1v_1 + 0 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

Or après la collision les deux joueurs ont la même vitesse donc : $v'_1 = v'_2 = v'$ donc :

$m_1v_1 = (m_1 + m_2)v'$ donc : $v' = \frac{m_1 \times v_1}{m_1 + m_2} = \frac{(115 \times 5{,}0)}{(115 + 105)} = 2{,}6\, m.s-1$

Exercice 2 :

Lors d'un bal-trap, Jean-Michel tire à la carabine sur des figurines. Sa carabine a une masse m_c = 3,85 kg. La balle expulsée à une masse de 6,8 g. Jean-Michel, qui a fait un peu de balistique, sait que la balle part avec une vitesse d'environ 450 m.s^{-1}. Jean-Michel souhaiterait connaître la vitesse de recul de sa carabine si elle lui échappait (on considèrera que le système balle-carabine est isolé ce qui est une approximation). Calculez cette vitesse.

Le sytème balle-carabine est isolé donc la quantité de mouvement se conserve : la quantité de mouvement de ce système avant le coup est égale à celle d'après le coup :

$\vec{p}_{balle} + \vec{p}_{carabine} = \vec{p}\,'_{balle} + \vec{p}\,'_{carabine}$ donc sur un axe orienté dans le sens du mouvement (vers la gauche par exemple): 0 + 0 = - $m_{balle}v'_{balle}$ + $m_{carabine}v'_{carabine}$ donc :

$$v_{carabine}' = \frac{m_{balle} \times v'_{balle}}{m_{carabine}} = \frac{(0{,}0068 \times 450)}{(3{,}85)} = 0{,}8\, m.s-1$$

La carabine partirait avec une vitesse de recul d'environ 0,8 m.s⁻¹. Pour éviter un recul trop important, le tireur doit caler la carabine contre l'épaule et exercer une force pour s'opposer au recul (là le système n'est plus isolé).

6) Une autre façon d'écrire la 2eme loi de Newton (F=ma) (Niveau : difficile)

Nous avons vu que la quantité de mouvement d'un système de masse m et de vitesse $\vec{v}$ est : $\vec{p} = m \times \vec{v}$. De plus, pour un système isolé, la quantité de mouvement est constante.

Que représente la dérivée de la quantité de mouvement par rapport au temps ?

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m \times \vec{v})}{dt}$ ici deux situations sont possibles :

Situation 1 : La masse du système est constante (cas le plus habituel en TS) et dans ce cas :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

or $m\vec{a}$ = somme vectorielle des forces $\Sigma\vec{F}$. On est donc dans le cas le plus simple de la deuxième loi de Newton que l'on a étudié jusqu'à présent.

Situation 2 (non exigible) : La masse du système est n'est pas constante (cas d'une fusée au décollage) et dans ce cas il faut tenir compte de la variation de cette masse au cours du temps :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dm}{dt} \times \vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$ **(cela correspond en maths à (uv)' =u'v + uv')**

Conclusion :

Expression la plus générale de la deuxième loi de Newton :

La somme des forces extérieures appliquées à un système est égale à la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$$

Si le système est isolé $\Sigma\vec{F}$ = 0 donc $\vec{p}$ = constante : la quantité de mouvement se conserve pour un système isolé.