

Écriture

15 À chacun son rythme



COMPÉTENCES Raisonner; calculer.

Cet exercice est proposé à deux niveaux de difficulté. Dans un premier temps, essayer de résoudre l'exercice de niveau 2. En cas de difficultés, passer au niveau 1.

La nuit tombée, Roméo se tient à une distance d de la maison de Juliette. Il lance un caillou de masse m vers sa fenêtre de hauteur ℓ et qui est située à la hauteur H du sol. La pierre quitte la main de Roméo avec une vitesse initiale, de valeur v_i , faisant un angle α par rapport à l'horizontale. À cet instant, elle se trouve à $h = 2,0$ m du sol. L'origine du repère d'espace est prise au niveau du sol, à l'endroit où se trouve Roméo. L'axe vertical est orienté vers le haut. Le référentiel est supposé galiléen. Le champ de pesanteur \vec{g} est uniforme et vaut $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Données : $d = 2,0$ m ; $\ell = 1,0$ m ; $H = 4,5$ m ; $\alpha = 60^\circ$.

Niveau 2 (énoncé compact)

La valeur de la vitesse initiale est $v_i = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans l'hypothèse où la pierre est en chute libre, atteindra-t-elle la fenêtre de Juliette ?

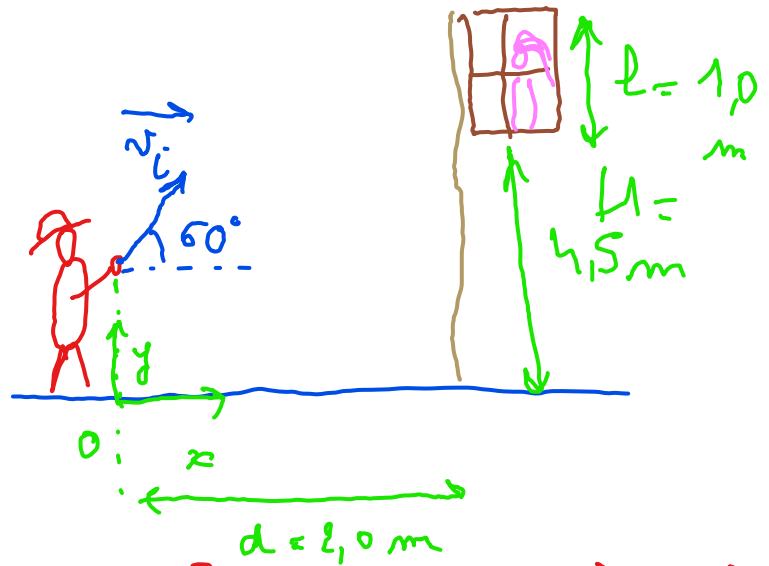
Niveau 1 (énoncé détaillé)

1. Schématiser la situation.
2. Dans l'hypothèse où la pierre est en chute libre, déterminer son vecteur accélération dans un référentiel terrestre en appliquant la deuxième loi de Newton.
3. Montrer que les équations horaires du mouvement de la pierre sont :

$$\begin{cases} x(t) = v_i \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_i \cdot \sin \alpha \cdot t + h \end{cases}$$

4. En déduire l'équation de la trajectoire de la pierre.

5. Roméo lance la pierre avec une vitesse initiale de valeur v_i , égale à $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La pierre atteindra-t-elle la fenêtre de Juliette ?



$$e) \sum \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m \vec{a}$$

$$\text{or } \vec{P} = m \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

3/

primitives de $\vec{a} \Rightarrow$

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_i \cos \alpha \\ v_y = -gt + v_i \sin \alpha \end{cases}$$

primitives de $\vec{v} \Rightarrow \vec{OG} \begin{cases} x = (v_i \cos \alpha) t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_i \sin \alpha) t + h \end{cases}$

$$4) t = \frac{x}{v_i \cos \alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{(v_i \cos \alpha)^2} + (\tan \alpha) x + h.$$

5) On calcule y pour $x = 2,0$ m.

$$\Rightarrow y = -9,81 \times \frac{2,0^2}{10^2 \cos^2 60^\circ} + \tan 60^\circ \times 2 + 2$$

$$\Rightarrow y = \underline{4,67 \text{ m}} \quad \text{Succès!}$$