

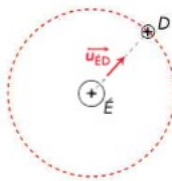
La planète Pluton, découverte par l'américain Clyde TOMBAUGH en 1930 était considérée comme la neuvième planète de notre système solaire.
Le 5 janvier 2005, une équipe d'astronomes a découvert sur des photographies prises le 21 octobre 2003 un nouveau corps gravitant autour du Soleil.
Provisoirement nommé 2003 UB313, cet astre porte maintenant le nom d'Éris, du nom de la déesse grecque de la discorde.

Données :

- Période de révolution terrestre : $T_T = 1,00$ an.
- Période de révolution de Pluton : $T_P = 248$ ans.
- M_E et M_D sont les masses respectives d'Éris et de Dysnomia.
- Masse de Pluton : $M_P = 1,31 \times 10^{22}$ kg.
- Rayon de l'orbite circulaire de Dysnomia : $R_D = 3,60 \times 10^7$ m.
- Période de révolution de Dysnomia : $T_D = 15,0$ jours $\approx 1,30 \times 10^6$ s.
- Constante universelle de gravitation : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Le mouvement de Dysnomia autour d'Éris est supposé circulaire uniforme.

1. Énoncer précisément la troisième loi de Kepler, relative à la période de révolution d'une planète autour du Soleil, dans le cas d'une orbite elliptique.
2. L'orbite d'Éris se situe-t-elle au-delà ou en-deçà de celle de Pluton ? Justifier par un calcul littéral.
3. Définir le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Éris. Par la suite, ce référentiel sera considéré comme galiléen.

- a. Établir l'expression du vecteur accélération du centre de gravité de Dysnomia \vec{a}_D en fonction des paramètres de l'énoncé et d'un vecteur unitaire représenté sur le schéma ci-contre.
- b. Préciser la direction et le sens de ce vecteur accélération.



La découverte d'Éris et d'autres astres similaires (2003 EL61, 2005 FY9, etc.) a été le début de nombreuses discussions et controverses acharnées entre scientifiques sur la définition même du mot « planète ». Au cours d'une assemblée générale, le 24 août 2006 à Prague, 2500 astronomes de l'Union astronomique internationale (UAI) ont décidé à main levée de déclasser Pluton pour lui donner le rang de « planète naine » en compagnie de Cérès (gros astéroïde situé entre Mars et Jupiter) et d'Éris.

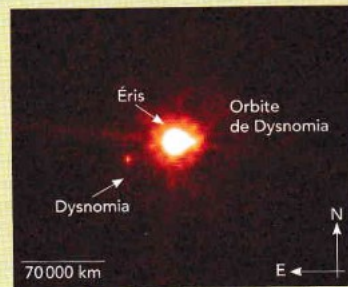
Orbite d'Éris

Éris parcourt une orbite elliptique autour du Soleil avec une période de révolution T_E valant environ 557 années.

Découverte de Dysnomia

Les astronomes ont découvert ensuite qu'Éris possède un satellite naturel qui a été baptisé Dysnomia (fille d'Éris et déesse de l'anarchie).

Six nuits d'observation depuis la Terre ont permis de reconstituer l'orbite de Dysnomia. On a obtenu le document ci-dessous :



NASA, ESA and M. Brown (California Institute of Technology)

- a. Montrer que la période de révolution T_D de Dysnomia a pour expression :

$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{G \cdot M_E}}$$

Retrouve-t-on la troisième loi de Kepler ? Justifier.

- b. Dédurre de l'expression de T_D celle de la masse M_E d'Éris. Calculer sa valeur.
6. Calculer le rapport des masses d'Éris et de Pluton. Expliquer alors pourquoi la découverte d'Éris a remis en cause le statut de planète pour Pluton.

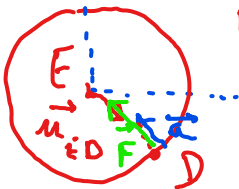
f)
 $\frac{m_{\text{eris}}}{m_{\text{Pluton}}} = \frac{163 \times 10^{22}}{1,31 \times 10^{22}}$
 $\approx 1,24$
Eris est un peu plus grande que Pluton : logique que Pluton ait perdu son statut de planète.

$$1) \frac{T^2}{a^3} = \text{constante} \quad 2) \frac{T_{\text{eris}}^2}{R_{\text{eris}}^3} = \frac{T_{\text{Pluton}}^2}{R_{\text{Pluton}}^3} \Rightarrow R_{\text{eris}}^3 = R_{\text{Pluton}}^3 \times \left(\frac{T_{\text{eris}}^2}{T_{\text{Pluton}}^2} \right)$$

$$\text{or } T_{\text{eris}} = 557 \text{ ans et } T_{\text{Pluton}} = 248 \text{ ans donc } \frac{T_{\text{eris}}^2}{T_{\text{Pluton}}^2} > 1$$

donc $R_{\text{eris}} > R_{\text{Pluton}}$: Eris est au-delà de T_{Pluton} .

3) Référentiel "érisocentrique" en bleu.



4) a) $\sum \vec{F} = m_D \vec{a}$ ici il n'y a que la force d'attraction \vec{F} d'Éris sur Dysnomia.

$$\text{Donc : } -G \cdot \frac{m_D m_E}{R_D^2} \vec{u}_{ED} = m_D \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -G \frac{m_E}{R_D^2} \vec{u}_{ED}$$

4b) \vec{a} : direction : un rayon sens : de D vers E (centripète)

$$5) a) \text{ MCU donc } a = \frac{v^2}{R_D} \Rightarrow \frac{v^2}{R_D} = G \cdot \frac{m_E}{R_D^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G m_E}{R_D}}$$

$$\text{Or } v = \frac{2\pi R_D}{T_D} \Rightarrow T_D^2 = \frac{2\pi R_D}{\sqrt{\frac{G m_E}{R_D}}} = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{G m_E}} \Rightarrow m_E = \frac{4\pi^2 R_D^3}{G T_D^2} = 163 \times 10^{22} \text{ kg}$$